УДК 681.3.001.2

И.В. ГОРМАКОВА, аспирант (г. Харьков)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СЕТЕЙ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ.

У статті описується новий метод аналізу поведінки клітинного автомату. Запропоновано ізоморфне відображення клітинного автомату у кінцевий автомат із виходом. Для побудованого кінцевого автомату знайдений регулярний вираз, який визначає реглярну мову кінцевого автомату із виходом.

In this paper a new analysis technique of cellular automaton behavior is developed. Isomorphs mapping of cellular automaton to a finite-state machine is proposed. Regular expression for developed finite-state machine is found, which defines a regular language of this finite-state machine with outs.

Постановка задачи. При изучении поведения сетей клеточных автоматов было установлено, что клеточные автоматы можно рассматривать как математические модели, которые описывают самоорганизующее поведение. Даже начиная с произвольного беспорядочного начального состояния, эволюция сети клеточного автомата через несколько шагов может привести к образованию модели динамической системы с упорядоченной структурой. Таким образом, эволюция сети клеточного автомата может рассматриваться как вычислительный процесс, а некоторые классы сетей клеточных автоматов могут порождать регулярные языки.

Анализ литературы. В [1] был проведен анализ поведения сетей клеточных автоматов. Было предложено рассматривать набор конфигураций, генерируемый после конечного числа тактов работы клеточного автомата, как регулярный язык. Был предложен метод построение графа переходов состояний для недетерминированного конечного автомата, соответствующего конфигурации клеточного автомата после конечного числа шагов эволюции. Далее – переход к детерминированному конечному автомату и, наконец, построение регулярного выражения по полученному графу детерминированного конечного автомата, обозначающего регулярный язык.

Недостатком описанного метода является то, что полученная модель детерминированного конечного автомата являлась абстрактной и не была применима для практической реализации.

Целью статьи является разработка метода анализа поведения клеточного автомата, а также построение детерминированного конечного автомата, описывающего поведение клеточного автомата.

В [2] была показана структура клеточного автомата с двумя состояниями {0; 1}. Напомним, что правило эволюции τ вычисляет новое состояние ячейки α_0^{t+1} на основании собственного состояния ячейки α_0^t и состояний двух её самых близких соседей α_{-1}^t (левый сосед) и α_1^t (правый сосед).

В качестве примера рассмотрим клеточный автомат с двумя состояниями {0; 1}, правило поведение клеточного автомата – сложение по модулю два двух ближайших соседей (правило 90, [3]): $\tau = \alpha_{-1} + \alpha_1$, где α_{-1} – левый сосед и α_1 – правый сосед. Поведение клеточного автомата может быть задано с помощью таблицы переходов:

Таблица 1

α_{-1}^t	α_0^t	α_1^t	α_0^{t+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Покажем, что клеточный автомат может быть задан как конечный автомат.

Известно, что конечный автомат задается упорядоченной пятеркой

$$M = V, Q, q_0, F, \sigma) \,, \tag{1}$$

где V – входной алфавит; Q – множество состояний; q_0 – начальной состояние; F – множество заключительных состояний; σ – функция переходов, заданная в виде системы команд.

Как уже было сказано, состояние клеточного автомата зависит от состояний двух его ближайших соседей. Из табл. 1 видно, что все возможные сочетания состояний соседей клеточного автомата могут быть заданы в виде множества {00; 01; 10; 11}. Определим как входной алфавит конечного автомата V множество возможных состояний соседей клеточного автомата {00; 01; 10; 11}. Для удобства записи введем следующие обозначения: $x_1 = 00$, $x_2 = 01$, $x_3 = 10$, $x_4 = 11$. Следовательно, $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$.

Так как рассматриваемый автомат имеет два состояния, то $Q = \{q_0, q_1\}$, где $q_0 = 0$, $q_1 = 1$.

Функция переходов конечного автомата задается соотношением:

$$\sigma(q, a) = \{r \colon q \rightarrow_a r\} \tag{2}$$

то есть значение функции переходов на упорядоченной паре (состояние, входной символ) есть множество всех состояний, в которые из данного состояния возможен переход по данному входному символу. Иными словами, функция переходов на упорядоченной паре (состояние клеточного автомата

α_0^t, состояния соседей) будет соответствовать состоянию клеточного автомата α_0^{t+1}.

Следовательно, система команд для рассматриваемого клеточного автомата будет следующей:

$$\sigma_1(q_0, x_1) = q_0;\ \sigma_3(q_0, x_3) = q_1;\ \sigma_5(q_1, x_1) = q_0;\ \sigma_7(q_1, x_3) = q_1;$$

$$\sigma_2(q_0, x_2) = q_1;\ \sigma_4(q_0, x_4) = q_0;\ \sigma_6(q_1, x_2) = q_1;\ \sigma_8(q_1, x_4) = q_0.$$

Граф конечного автомата показан на рис. 1.

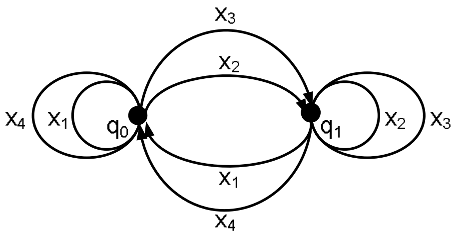

Рис. 1

Как видно из рис. 1, полученный граф не имеет множества конечных вершин. По условию (1), множество конечных вершин является необходимым условием определения конечного автомата.

Известно, что любую из вершин графа соединения обратной связи можно с помощью операции расщепления превратить в две вершины, одна из которых будет являться стоком, а вторая – истоком.

Для графа, приведенного на рис. 1, применим операцию расщепления к вершине q_0, в результате получим две вершины: q_0' будет являться истоком и начальной вершиной конечного автомата, q_0'' – стоком и конечной вершиной конечного автомата. На рис. 2 показан модифицированный граф конечного автомата.

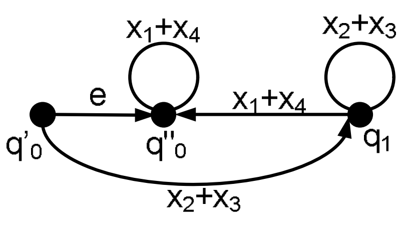

Рис. 2

Язык $L(M)$ конечного автомата M есть множество всех цепочек во входном алфавите, читаемых в M на некотором пути из начального состояния в одно из заключительных состояний Известно, что, по теореме Клини [4], язык L является регулярным тогда и только тогда, когда он допускается некоторым конечным автоматом. Следовательно, язык $L(M)$ конечного автомата M будет являться регулярным.

Регулярное выражение, обозначающее язык конечного автомата, граф которого показан на рис. 2, будет иметь следующий вид:

$$R = e\cdot\{x_1+x_4\}^*+\{x_2+x_3\}\cdot\{x_2+x_3\}^*\cdot\{x_1+x_4\}\cdot\{x_1+x_4\}^* \quad (3)$$

Очевидно, что конечный автомат, описывающий поведение клетки сети клеточного автомата, будет являться детерминированным, так как из каждой вершины по каждому входному символу определен переход в точности в одну вершину. Следовательно, каково бы ни было слово во входном алфавите V, для него найдется единственный путь в M, начинающийся в начальном состоянии, на котором читается это слово.

Обозначим алфавит W как выходной алфавит конечного автомата. Символами выходного алфавита будут 0 и 1. Функция выходов конечного автомата с выходом будет иметь следующий вид:

$$\mu_1(q_0, x_1) = 0;\ \mu_3(q_0, x_3) = 1;\ \mu_5(q_1, x_1) = 0;\ \mu_7(q_1, x_3) = 1;$$

$$\mu_2(q_0, x_2) = 1;\ \mu_4(q_0, x_4) = 0;\ \mu_6(q_1, x_2) = 1;\ \mu_8(q_1, x_4) = 0.$$

То есть, буквы выходного алфавита будут в точности совпадать с состоянием клеточного автомата α_0^{t+1} на каждом переходе.

Следовательно, регулярное выражение, обозначающее язык конечного автомата с выходом, будет определять отображение последовательностей слов во входном алфавите в последовательность слов в выходном алфавите.

Таким образом, полученная модель детерминированного конечного автомата для клетки сети клеточных автоматов позволяет говорить о вычислительных свойствах сетей клеточных автоматов в целом. Дальнейшие исследования могут быть направлены на нахождение регулярного выражения, порождающего регулярный язык, для сети клеточных автоматов.

Список литературы: **1.** *Wolfram S.* Computation theory of cellular automata. Communication in mathematical physics, 1984, pp. 15-57. **2.** *Дербунович Л.В., Горлов Ю.В., Татаренко Д.А.* Генераторы тестов на клеточных автоматах для схем встроенного самотестирования. // Вестник НТУ «ХПИ»-2003. №21- с.59-622. **3.** *Pries W., Thanalakis A. and Card H.C.* Group properties of cellular automata and VLSI appications. IEEE Trans. Comp. 1986, №12, pp.1013-1024. **4.** *Белоусов А.И., Ткачев С.Б.* Дискретная математика: Учеб. для вузов/ Под ред. В.С. Зарубина, А.П Грищенко. – 4-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э Баумана, 2006. – 744 с.

Поступила в редколлегию 26.12.08